ЗМІСТ

Загальні вказівки до виконання лабораторної роботи

Вказівки призначені для надання методичної допомоги при виконанні лабораторної роботи № 1 по теорії управління за спеціальністю 7.092203
Метою лабораторної роботи є ознайомлення з динамічними і частотними характеристиками систем автоматичного управління (САК) і отримання навичків дослідження лінійних динамічних моделей з використанням пакету прикладних програм Control System Toolbox системи MatLab.

Лабораторні роботи виконуються на персональних комп'ютерах в операційному середовищі Windows зі встановленою системою MatLab і пакетом прикладних програм Control System Toolbox.

Вказівки по техніці безпеки співпадають з вимогами, що пред'являються до користувача ЕОМ. Інші небезпечні і шкідливі чинники відсутні.

Мета роботи

Ознайомлення з динамічними і частотними характеристиками типових ланок та систем автоматичного керування (САК) і отримання навичків дослідження лінійних динамічних моделей з використанням пакету прикладних програм Control System Toolbox системи інженерних розрахунків MatLab.

Постановка задачі

В якості об'єкту дослідження в лабораторних роботах постають лінійні (лінеарізовані) одновимірні типові ланки або системи керування, модель яких задана у вигляді комплексної передавальної функції:

$$W(s) = \frac{b_m s^m + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0}.$$

Необхідно:

1. Визначити полюси і нулі передавальної функції
2. Записати диференційне рівняння запропонованої ланки у стандартному вигляді.
3. Записати диференціальне рівняння, що визначає функціонування САК.
4. Побудувати графіки перехідної і імпульсно-перехідної функції: $h(t)$, $w(t)$.
5. Побудувати логарифмічні частотні характеристики L (ω).
6. Побудувати частотний годограф Найквіста $W(i\omega)$, $\omega = [0\ \infty]$.
7. Навести приклад пристрою, що може бути описаний типовою ланкою, що досліджується в лабораторній роботі.

8. Виконати аналіз якості роботи САК.

Короткі відомості з теорії

Розглянемо систему автоматичного управління (САК), описувану лінійним диференційним рівнянням вигляду:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\ = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_m \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t), \tag{1}$$

де *u(t)* – вхідний процес, *y(t)* – вихідний процес, a_i, b_j $((i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m})$ – постійні коефіцієнти, *n, m* (*n* ≥ *m*) – постійні числа. В операторній формі вираз (1) може бути записаний $-A(D)y(t) = B(D)u(t)$, де D – оператор диференціювання $\left(D \overset{def}{=} \frac{d}{dt} \right)$. Звідси залежність «вхід-вихід» системи

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{B(D)}{A(D)} = W(D) \tag{2}$$

W(D) – передавальна функція.

Один із способів моделювання систем полягає в представленні перетворення «вхід-вихід» у вигляді комплексної передавальної функції:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = W(s) \tag{3}$$

Яку отримують за допомогою перетворення Лапласа за початкових нульових умов. s-комплексна змінна. Зв'язок між операторною (2) і комплексною (3) передавальними функціями має вигляд:

$$W(s) = W(D)\big|_{D=s}.$$

Комплексні числа, що є корінням многочлена *B(s)*, називаються нулями передавальної функції, а коріння многочлена *A(s)* – полюсами.

Динамічні властивості систем характеризують реакції на вхідні збурення. Зокрема аналіз виходу системи на одиничний стрибок і δ-функцію (дельта-функцію).

Хай *u(t)* = 1(t), тобто на вхід системи подається функція Хевісайда (одиничний скачок):

$$1(t)=\begin{cases}0, & \text{при } t \le 0,\\ 1, & \text{при } t > 0.\end{cases}$$

Графік функції Хевісайда приведений на рис. 1. Реакція САУ на одиничний скачок називається перехідною функцією системи і позначається *h(t).*

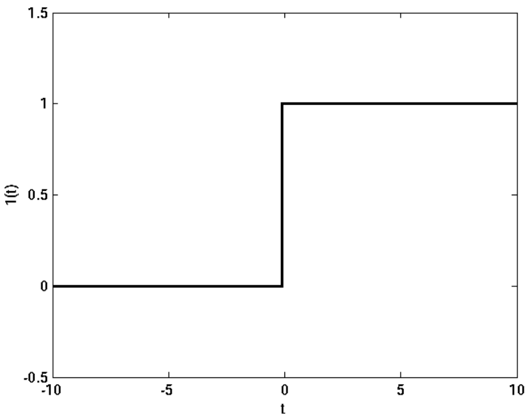


Рис. 1. Функція Хевісайда

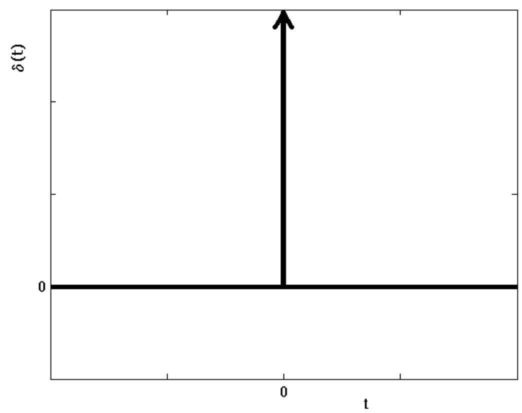


Рис. 2. Функція Дірака

Якщо *u(t)*= δ(*t*), тобто на вхід системи поступає функція Дірака (δ-функция, імпульсна функція, рис. 2) визначувана

$$\delta(t)=\begin{cases}\infty, & \text{при } t = 0,\\ 0, & \text{при } t \ne 0,\end{cases}$$

то реакція САУ називається імпульсною перехідною функцією системи і позначається *w(t).*

Імпульсна і перехідна функції системи зв'язані співвідношенням:

$$h(t)=\int_0^t w(\tau)d\tau\,.$$

Завдяки широкому вживанню при дослідженні стійкості динамічних систем і проектуванні регуляторів набули поширення частотні характеристики.

На вхід системи з передавальною функцією *W(s)* подається гармонійний сигнал *u(t)*= *au* cos(ω*t*), t >0.

За цими умовами справедлива наступна теорема:

якщо ланка є стійкою, то стала реакція *y(t)* на гармонийний вплив є функцією тієї ж частоти з амплітудою *ay* = *au* |*W*(*i*ω)|, і відносним зсувом по фазі ψ = arg *W(i*ω).

Таким чином:

y(t)= *au* |*W*(*i*ω)| cos(ω*t* + arg *W(i*ω)), де i – комплексна одиниця $W(i\omega) = W(s)\big|_{s=i\omega}$ – частотна характеристика.

Частотною характеристикою $W(i\omega)$ стаціонарної динамічної системи називається перетворення Фурье перехідної функції:

$$W(i\omega) = F[h(t,\tau)] = \int_0^{\infty} w(t-\tau)e^{-i\omega(t-\tau)}d\tau,$$

де $w(t-\tau)$ – імпульсна перехідна функція.

Зв'язок між комплексною передавальною функцією і частотною характеристикою визначається за допомогою співвідношення:

$$W(s)\big|_{s=i\omega} = W(i\omega)$$

При фіксованому значенні ω частотна характеристика є комплексним числом, і, отже, може бути представлена у вигляді

$$W(i\omega) = A(\omega)e^{i\omega + \psi(\omega)} = U(\omega) + iV(\omega),$$

де $A(\omega) = |W(i\omega)|$ – амплітудно-частотна характеристика (АЧХ);

$\psi(\omega) = \arg W(i\omega)$ – фазово-частотна характеристика (ФЧХ);

$U(\omega) = \mathrm{Re}\, W(i\omega)$ – дійсна частотна характеристика (ДЧХ);

$V(\omega) = \mathrm{Im}\, W(i\omega)$ – уявна частотна характеристика (УЧХ).

Геометричне місце крапок $W(i\omega)$ на комплексній площині при зміні ω від ω_0 до ω_1 (звичайно $\omega_0 = 0$ $\omega_1 = \infty$), називається амплитудно-фазовою характеристикою (АФХ) або частотним годографом Найквіста.

Має широке практичне значення діаграма Боде (логарифмічна амплітудна характеристика, ЛАХ), яка визначається як $L = 20 \lg A(\omega)$, вимірюється в децибелах і будується як функція від lg ω.

Послідовність виконання роботи

Для виконання лабораторної роботи використовується пакет прикладних програм (ППП) Control System Toolbox системи інженерних розрахунків MatLab. ППП призначений для роботи з LTI-моделями (Linear Time Invariant Models) систем керування.

У Control System Toolbox є тип даних, що визначають динамічну систему у вигляді комплексної передавальної функції. Синтаксис команди, що створює LTI-систему з одним входом і одним виходом, у вигляді передавальної функції:

TF([bm ., b1, b0] [an ., a1, a0])

b_m ., *b1* – значення коефіцієнтів полінома У в (3)

a_n ., $a1$ – значення коефіцієнтів полінома А в (3).

Для виконання роботи можуть застосовуватися команди, приведені в таблиці 1.

Таблиця 1. Деякі команди
Control System Toolbox

Синтаксис	Опис
pole(<LTI-объект>)	Обчислення полюсів передавальної функції
zero(<LTI-объект>)	Обчислення нулів передавальної функції
step(<LTI-объект>)	Побудова графіка перехідного процесу
impulse(<LTI-объект>)	Побудова графіка імпульсної перехідної функції
bode(<LTI-объект>)	Побудова логарифмічних частотних характеристик
nyquist(<LTI-объект>)	Побудова частотного годографа Найквіста

Для визначення коріння поліномів ступеня k може, також, застосуються команда MatLab

roots(P)

яка, як аргумент P, отримує матрицю коефіцієнтів полінома [pk ., $p0$].

Іншим варіантом отримання графіків динамічних характеристик САК є використання графічного інтерфейсу ППП CST – LTI viewer (версія MatLab 6.0 і вище), виклик якого здійснюється командою

ltiviewer

якої, як параметр, можна вказати ім'я змінної, що містить LTI-об'єкт.

Таким чином, виконання лабораторної роботи складається з наступних кроків:

1. Вивчити теоретичні відомості.
2. Запустити систему MatLab.
3. Створити tf-об'єкт, відповідно до заданого варіанту.
4. Скласти диференціальне рівняння, визначаючого функціонування САК.
5. Записати вирази для амплітудно-фазових, дійсних, уявних, фазових та логарифмічних частотних характеристик.
6. Визначити полюси передавальної функції з використанням команди roots або pole.
7. Визначити нулі передавальної функції з використанням команди roots або zero.
8. Використовуючи LTI-viewer, або відповідні команди (табл.2) отримати динамічні характеристики – перехідну функцію h(t), імпульсно-перехідну

функцію w(t) і частотні характеристики – діаграму Боде, частотний годограф Найквіста.

9. Відповісти на контрольні питання методичних вказівок.
10. Оформити звіт.
11. Здати звіт викладачу і захистити лабораторну роботу.

Методичний приклад

Задана передавальна функція САК

$$W = \frac{2s+2}{s^4+3s^3+4s^2+5s+3}.$$

Знайдемо її динамічні і частотні характеристики з використанням ППП Control System Toolbox системи MatLab. Працюватимемо в командному режимі.

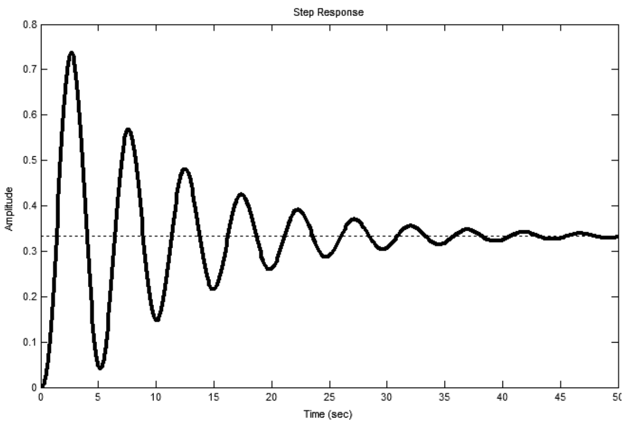
1. Створимо LTI-об'єкт з ім'ям w, для цього здійснимий:

```
>> w=tf([2 1],[1 3 4 5 3])

Transfer function:
        2 s + 1
-----------------------------
s^4 + 3 s^3 + 4 s^2 + 5 s + 3
```

2. Знайдемо полюси і нулі передавальної функції з використанням команд pole, zero.

```
>> pole(w)

ans =

  -0.0947 + 1.2837i
  -0.0947 - 1.2837i
  -1.8105
  -1.0000

>> zero(w)

ans =

   -0.5000
```

3. Побудуємо перехідну функцію. Результат її виконання команд step(w) та impulse(w) приведений на рис. 3 та рис. 4 відповідно.



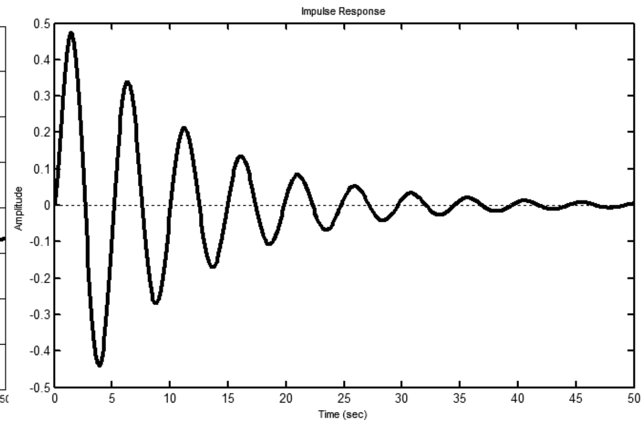
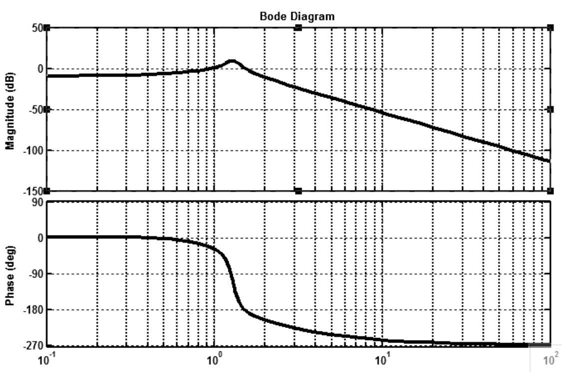


Рис.3. Перехідна функція *h(t)* Рис 4. Імпульсна перехідна функція

4. Діаграма Боде, що отримана за допомогою команди bode(w) і частотний годограф Найквіста, отриманий за допомогою команди nyquist(w) наведені на рис. 5 та рис. 6 відповідно.



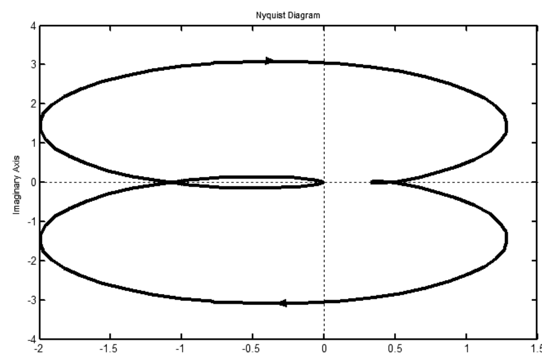


Рис. 5 Діаграма Боде Рис. 6. Частотний годограф Найквіста

5. Подібні результати можна отримати за допомогою команди ltiviewer(w) (версія MatLab 6.0 та вище).

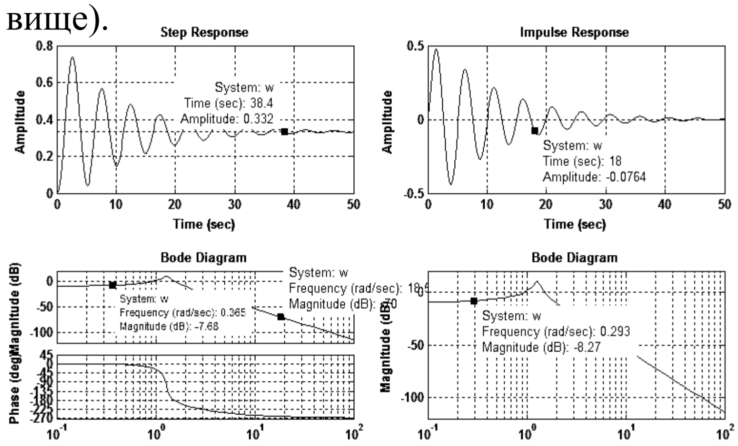


Рис. 7. LTI-viewer

Звіт по лабораторній роботі

Звіт оформляється відповідно до вимог, що пред'являються до оформлення лабораторних робіт і повинен містити:

1. Титульний лист.
2. Формулювання мети роботи.
3. Постановка задачі відповідно до варіанту завдання.
4. Результати роботи.
5. Висновки.

Контрольні питання

1. Представте систему у вигляді послідовного з'єднання типових ланок.
2. Дайте визначення і поясніть фізичне значення перехідної функції.
3. Представте початкову систему в просторі стану.
4. Знайдіть передавальну функцію замкнутої системи.
5. Побудуйте динамічні характеристики типових ланок.
6. Визначте вигляд (якісно) ЛЧХ для пропорційно-інтегрально-диференціального регулятора.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1
ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ІНТЕГРАЛЬНОЇ ТА ДИФЕРЕНЦІЙНОЇ ДИНАМІЧНИХ ЛАНОК ТА ЛАНКИ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ

Мета роботи: Дослідити властивості характеристик типових динамічних ланок.

Порядок виконання роботи:

1. Запустити систему MatLab.
2. Створити tf-об'єкт, відповідно до заданого варіанту.
3. Скласти диференціальне рівняння, визначаючого функціонування САК.
4. Записати вирази для амплітудно-фазових, дійсних, уявних, фазових та логарифмічних частотних характеристик.
5. Визначити полюси передавальної функції з використанням команди roots або pole.
6. Визначити нулі передавальної функції з використанням команди roots або zero.
7. Використовуючи LTI-viewer, або відповідні команди (табл.2) отримати динамічні характеристики – перехідну функцію h(t), імпульсно-перехідну функцію w(t) і частотні характеристики – діаграму Боде, частотний годограф Найквіста.

8. Порівняти реакцію на ступінчастий вплив диференційної, інтегральної ідеальних ланок ($W_d(p), W_i(p)$) та диференційної, інтегральної реальних ланок ($W_{id}(p), W_{ii}(p)$),
9. Виконати порівняльний аналіз.
10. Оформити звіт.
11. Здати звіт викладачу і захистити лабораторну роботу.

Передатні функції ланок, що досліджуються:

$$W_d(p) = kp; W_i(p) = \frac{k_1}{p}; W_z(p) = k_1 e^{-p\tau}; W_{id}(p) = \frac{kp}{T_{id}p+1}; W_{ii}(p) = \frac{k}{p(Tp+1)}.$$

Параметри ланок визначаються за допомогою наступного виразу:

$$k = 0{,}02n + 0{,}15\frac{n}{n+1}; \quad k_1 = 1{,}5n + 0{,}1\frac{n}{n+1}; \quad T = \frac{(n-5)^{1/n}}{n}; \quad T_{id} = \frac{1}{2n}.$$

де n - номер варіанту за списком.

Звіт по лабораторній роботі

Звіт оформляється відповідно до вимог, що пред'являються до оформлення лабораторних робіт і повинен містити:

1. Титульний лист.
2. Формулювання мети роботи.
3. Постановка задачі відповідно до варіанту завдання.
4. Результати роботи.
5. Висновки та аналіз.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2
ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДИНАМІЧНИХ ЛАНОК ПЕРШОГО ТА ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Мета роботи: Дослідити властивості характеристик типових динамічних ланок.

Порядок виконання роботи:

1. Запустити систему MatLab.
2. Створити tf-об'єкт, відповідно до заданого варіанту.
3. Скласти диференціальне рівняння, визначаючого функціонування САК.
4. Записати вирази для амплітудно-фазових, дійсних, уявних, фазових та логарифмічних частотних характеристик.
5. Визначити полюси передавальної функції з використанням команди roots або pole.

6. Визначити нулі передавальної функції з використанням команди roots або zero.
7. Використовуючи LTI-viewer, або відповідні команди (табл.2) отримати динамічні характеристики – перехідну функцію h(t), імпульсно-перехідну функцію w(t) і частотні характеристики – діаграму Боде, частотний годограф Найквіста.
8. Відповісти на контрольні питання методичних вказівок.
9. Оформити звіт.
10. Здати звіт викладачу і захистити лабораторну роботу.

$$W(p)=\frac{k}{Tp+1},\quad W_1(p)=\frac{k_1}{T_1^2p^2+T_2p+1},$$

де
$$T=\frac{(n-5)^{1/n}}{n}+1;\quad T_1=n;\quad T_2=\sqrt{2}\xi T_1;\quad \xi=0.4;0.77;1.0;1.8$$

$$k=0{,}02n+0{,}15\frac{n}{n+1};\quad k_1=1{,}5n+0{,}1\frac{n}{n+1}.$$

Для ланки з передатною функцією $W_1(p)$ визначити, при якому співвідношенні сталих часу T_1,T_2 ланка є коливальною (або аперіодичною), консервативною.

Звіт по лабораторній роботі

Звіт оформляється відповідно до вимог, що пред'являються до оформлення лабораторних робіт і повинен містити:

1. Титульний лист.
2. Формулювання мети роботи.
3. Постановка задачі відповідно до варіанту завдання.
4. Результати роботи.
5. Висновки та аналіз.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3
ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДИНАМІЧНИХ ЛАНОК

Мета роботи: Дослідити властивості характеристик передатних функцій.

Порядок виконання роботи:

1. Запустити систему MatLab.
2. Створити tf-об'єкт, відповідно до заданого варіанту.
3. Скласти диференціальне рівняння, визначаючого функціонування САК.

4. Записати вирази для амплітудно-фазових, дійсних, уявних, фазових та логарифмічних частотних характеристик.
5. Визначити полюси передавальної функції з використанням команди roots або pole.
6. Визначити нулі передавальної функції з використанням команди roots або zero.
7. Використовуючи LTI-viewer, або відповідні команди (табл.2) отримати динамічні характеристики – перехідну функцію h(t), імпульсно-перехідну функцію w(t) і частотні характеристики – діаграму Боде, частотний годограф Найквіста.
8. Виконати аналіз якості роботи САК.
9. Навести приклад пристрою, що може бути описаний типовою ланкою, що досліджується в лабораторній роботі.
10. Оформити звіт.
11. Здати звіт викладачу і захистити лабораторну роботу.

Варианты завдань

№	ПЕРЕДАТНА ФУНКЦІЯ	номер варіанта	*КОЕФІЦІЄНТИ ПОЛІНОМОВ*					
			b_0	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
1.	$W(p)=\frac{b_0}{a_4p^4+a_3p^3+a_2p^2+a_1p+a_0}$	1.	0	1	2.6	3.6	2.6	1
		2.	2	1	2.6	3.6	2.9	1
		3.	2	1	2.6	3.7	2.6	1
		4.	5	1	2.2	3.6	2.6	1
		5.	0	1	2.6	3.8	2.6	1
		6	2	1	2.6	3.6	2.1	1
		7	3	1	2.6	3.1	2.6	1
		8	5	1	2.4	3.6	2.6	1
		9	6	1	2.6	3.4	2.6	1
		10	4	1	2.0	3.6	2.9	1
			b_0	-	a_0	a_1	a_2	a_3
2.	$W(p)=\frac{b_0}{a_3p^3+a_2p^2+a_1p+a_0}$	1.	1		2.8	4.9	3.4	1
		2.	2		2.8	4.9	3.9	1
		3.	4		2.8	4.1	3.4	1
		4.	8		2.0	4.9	3.4	1

		5.	2		2.8	5	3.4	1
		6	2		2.8	4.9	3.0	1
		7	9		2.0	4.9	3.4	1
		8	7		2.8	4.0	3.4	1
		9	6		2.8	4.9	4	1
		10	2		1.7	4.9	3.4	1
			b_0	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
		1.	1	1	12	16	7.2	1
		2.	7	1	12	16	8	1
		3.	4	1	12	2	7.2	1
		4.	7	1	20	16	7.2	1
4.	$W(p)=\dfrac{b_0}{a_4p^4+a_3p^3+a_2p^2+a_1p+a_0}$	5.	8	1	12	4	7.2	1
		6	7	1	12	16	9	1
		7	6	1	12	6	7.2	1
		8	2	1	7	16	7.2	1
		9	4	1	12	3	7.2	1
		10	8	1	12	16	2	1

Дослідити вплив на якість перехідних процесів нулів та полюсів передатних функцій.

Звіт по лабораторній роботі

Звіт оформляється відповідно до вимог, що пред'являються до оформлення лабораторних робіт і повинен містити:

1. Титульний лист.
2. Формулювання мети роботи.
3. Постановка задачі відповідно до варіанту завдання.
4. Результати роботи.
5. Висновки та аналіз.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4
ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК РОЗІМКНЕНОЇ СИСТЕМИ

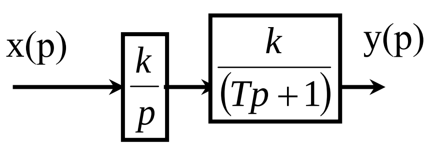
Мета роботи: Дослідити властивості характеристик розімкненої системи.

Порядок виконання роботи:

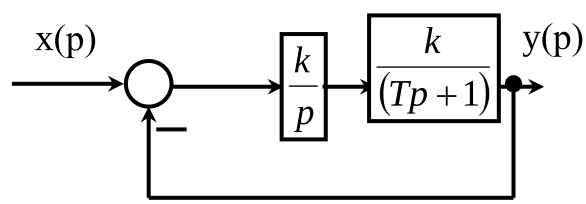
1. Запустити систему MatLab.
2. Створити tf-об'єкт, відповідно до заданого варіанту.

3. Скласти диференціальне рівняння, визначаючого функціонування САК.
4. Записати вирази для амплітудно-фазових, дійсних, уявних, фазових та логарифмічних частотних характеристик.
5. Визначити полюси передавальної функції з використанням команди roots або pole.
6. Визначити нулі передавальної функції з використанням команди roots або zero.
7. Використовуючи LTI-viewer, або відповідні команди (табл.2) отримати динамічні характеристики – перехідну функцію h(t), імпульсно-перехідну функцію w(t) і частотні характеристики – діаграму Боде, частотний годограф Найквіста.
8. Виконати аналіз якості роботи розімкненої системи.
9. Провести аналіз властивостей розімкненої системи, зробити висновки щодо її стійкості..
10. Оформити звіт.
11. Здати звіт викладачу і захистити лабораторну роботу.

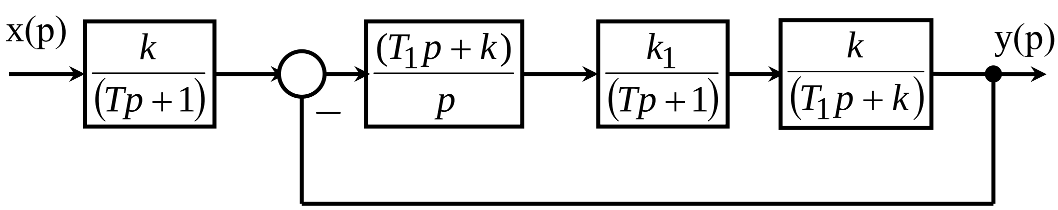
Структурна схема розімкненої системи має вигляд (рис. а),а1), б),в),г)).



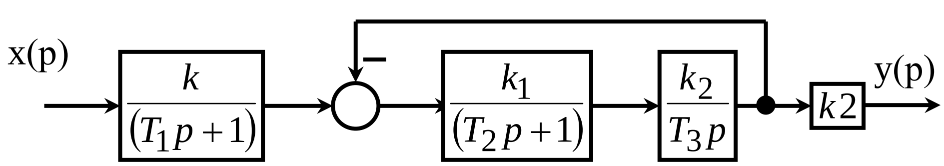
а)



а1)



б)



в)

де: $T = \frac{(n-5)^{1/n}}{n} + 1; \quad T_1 = n; \quad T_2 = \sqrt{2}\xi T_1; \quad \xi = 0.4; 0.77; 1.0; 1.8$

$$k = 0{,}02n + 0{,}15\frac{n}{n+1}; \quad k_1 = k_2 = 1{,}5n \quad + 0{,}1\frac{n}{n+1}.$$

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Попович МИ.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: Підручник. – К.: Либідь, 1997.-544с.
2. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления/ Под ред. В.А. Бессекерского. М.: Наука, 1978. – 512с.
3. Шаруда В.Г. Практикум з теорії автоматичного управління: Навчальний посібник.- Дніпропетровськ: Національна гірнича академія України, 2002. – 414с., іл.133.